

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ



Заведующий кафедрой  
природопользования  
Акимов Л.М.  
01.06.2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.В.04 Статистические методы в гидрометеорологии и  
природопользовании**

- 1. Код и наименование направления подготовки:**  
05.03.06 – Экология и природопользование
- 2. Профиль подготовки:** Природопользование и охрана водных ресурсов
- 3. Квалификация выпускника:** бакалавр
- 4. Форма обучения:** очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** природопользования
- 6. Составители программы:** Илатовская Екатерина Сергеевна, преподаватель, факультет географии, геоэкологии и туризма; [ilatovskay@gmail.com](mailto:ilatovskay@gmail.com)
- 7. Рекомендована:** Протокол о рекомендации НМС факультета географии, геоэкологии и туризма № 8 от 22.05.2022 г.
- 8. Учебный год:** 2024 / 2025

**Семестры:** 3, 4

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- подготовка специалиста эколога-природопользователя широкого профиля;
- изучение статистических методов, применяемых в гидрометеорологии и природопользовании.

Задачи учебной дисциплины:

- ознакомление с базовыми положениями теории вероятности и математической статистики;
- получение навыков статистической обработки гидрологических рядов и данных метеонаблюдений и получения их параметров, необходимых в эколого-водохозяйственных проектах.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к вариативной части учебного рабочего плана по направлению бакалавриата 05.03.06 - Экология и природопользование (Б1).

Входными знаниями являются знания основ математики, математической статистики, метеорологии, гидрометеорологии и природопользования.

Данная дисциплина является предшествующей для дисциплин «Методы экологических исследований», «Информационные технологии в экологическом проектировании», «Управление природопользованием».

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
----	----- -----	ПК-2.3	Применяет современные лабораторно-инструментальные методы для гидрометеорологических измерений, оценки загрязнения окружающей среды, статистической обработки результатов полевых измерений с использованием природоохранного программного обеспечения	<b>Знать:</b> основные методы теории вероятности и математической статистики, необходимые для решения задач, возникающих в области оценки поверхностных водных ресурсов, их регулирования и использования; основы статистического анализа; методы обработки, анализа и синтеза полевой и лабораторной экологической информации. <b>Уметь:</b> применять статистические методы в сфере гидрологии и водного хозяйства; применять на практике методы математической статистики и теории вероятностей; осуществлять сбор, обработку данных статистических экспериментов, проводить интерпретацию полученных результатов исследования. <b>Владеть:</b> методикой оценки

				основных параметров стока и его регулирования; навыками вычисления основными статистическими методами; методами экологического проектирования и экспертизы, экологического менеджмента и аудита, экологического картографирования.
--	--	--	--	--

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.— 5 / 180.**

**Форма промежуточной аттестации – зачет; зачет с оценкой.**

**13. Трудоемкость по видам учебной работы**

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			3 семестр	4 семестр
Аудиторные занятия		180	108	72
в том числе:	лекции	30	16	14
	практические	-----	-----	-----
	лабораторные	76	34	42
Самостоятельная работа		74	58	16
Форма промежуточной аттестации (зачет, зачет с оценкой – 2 час.)		5	3	2
Итого:		180	108	72

**13.1. Содержание дисциплины**

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Теория вероятностей и математическая статистика в гидрометеорологии	Понятие о случайности события. Вероятность. Речной сток, как случайный процесс.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.2	Основные теоремы теории вероятностей	Сложение и умножение вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.3	Случайные величины	Дискретные и непрерывные случайные величины. Области применения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.4	Нормальные распределения вероятностей	Характеристика распределения. Интеграл вероятности. Область применения	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании»

		гидрометеорологии.	<a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.5	Моменты случайных величин	Начальные моменты. Центральные моменты. Выражение гидрологических характеристик через моменты.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.6	Основные параметры гидрометеорологических рядов	Средние и средневзвешенные значения. Медиана.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.7	Методы определения параметров рядов	Установление коэффициентов вариации и асимметрии методом моментов. Метод приближенного наибольшего правдоподобия. Графоаналитический метод.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.8	Вероятность характеристики гидрометеорологических последовательностей	Частота случайных событий. Построение гистограмм. Плоскость распределения. Вероятность превышения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
1.9	Распределение вероятностей гидрометеорологических величин	Кривая Пирсона III типа. Распределения для дискретных и непрерывных величин. Области применения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.0	Трёхпараметрические гамма-распределения С.Н. Крицкого и М.Ф. Менкеля	Аналитическое выражение. Параметры. Преимущества перед другими распределениями. Область применения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.1	Практические приёмы построения кривых распределения	Эмпирическое распределение. Таблицы Фостера-Рыбкина. Таблица трёхпараметрического гамма-распределения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.2	Анализ однородности рядов	Критерии: Вилкоксона, Фишера, Мана-Уитни, Смирнова. Использование интегральных кривых.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и

			природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.3	Критерии согласия	Критерии: средних значений, $n$ $CO_2$ , Колмогорова.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.4	Выборочный метод	Выборка и генеральная совокупность. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Оценка точности выборочных параметров.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.5	Линейная корреляция двух переменных	Коэффициент взаимной корреляции и его определения. Уравнение регрессии. Область использования.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.6	Определение гидрологических параметров коротких рядов	Применение анализов для установления среднего коэффициента вариации. Точность получаемых параметров.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
<b>2. Лабораторные занятия</b>			
2.1	Случайные события	Правило сложения и умножения вероятностей.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
		Формула полной вероятности	
2.2	Ряды гидрометеорологических данных	Основные параметры рядов.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
		Практическая значимость параметров. Моменты.	
2.3	Распределения вероятностей для дискретных и непрерывных величин	Эмпирическая кривая гидрометеорологических величин и методы ее построения.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
		Гистограмма, полигон частот, кривые вероятностей и продолжительности данных.	
		Способы выявления трендов в гидрометеорологических рядах.	
2.4	Построение теоретических	Однородность рядов и методы ее оценки.	Онлайн-курс «Статистические методы в

	кривых распределения	Метод Вилкоксона для оценки однородности рядов. Критерий согласия Колмогорова.	гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>
2.5	Интегральные кривые, методы их построения и практическая значимость	Линейная корреляция двух переменных и ее использование. Множественная линейная корреляция. Методы восстановления пропусков в наблюдениях. Оценка гидрометеорологических характеристик в нестационарных условиях.	Онлайн-курс «Статистические методы в гидрометеорологии и природопользовании» <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория вероятностей и математическая статистика в гидрометеорологии	2	-----	4	6	12
2	Основные теоремы теории вероятностей	2	-----	4	6	12
3	Случайные величины	2	-----	4	6	12
4	Нормальные распределения вероятностей	1	-----	4	6	11
5	Моменты случайных величин	2	-----	5	4	11
6	Основные параметры гидрометеорологических рядов	2	-----	5	4	11
7	Методы определения параметров рядов	2	-----	5	6	13
8	Вероятность характеристики гидрометеорологических последовательностей	2	-----	5	4	11
9	Распределение вероятностей гидрометеорологических величин	2	-----	5	4	11
10	Трёхпараметрические гамма-распределения С.Н. Крицкого и М.Ф. Менкеля	1	-----	5	4	10
11	Практические приёмы построения кривых	2	-----	5	4	11

	распределения					
15	Анализ однородности рядов	2	-----	5	4	11
16	Критерии согласия	2	-----	5	4	11
17	Выборочный метод	2	-----	5	4	11
18	Линейная корреляция двух переменных	2	-----	5	4	11
19	Определение гидрологических параметров коротких рядов	2	-----	5	4	11
	Итого:	30	-----	76	74	180

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Необходима регулярная работа с текстом конспектов лекций для понимания и освоения материала предшествующей и последующей лекций. По указанию преподавателя необходимо регулярно выполнять домашние задачи, выполнять контрольные тесты в ходе текущей аттестации (по каждой пройденной теме), подготовить презентацию по рекомендованной теме к итоговой зачетной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации студенты изучают и конспектируют рекомендуемую преподавателем учебную литературу по темам лекционных и лабораторных занятий, самостоятельно осваивают понятийный аппарат.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов включают:

- использование электронных учебников и ресурсов Интернет, в том числе электронного образовательного портала Moodle;
- методические разработки с примерами решения типовых задач в области гидрометеорологии;
- использование лицензионного программного обеспечения для расчета основных метеорологических величин.

#### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Михайлов, В.Н. Гидрология: учебник для студ. вузов, обуч. по геогр. специальностям / В.Н. Михайлов, А.Д. Добровольский, С.А. Добролюбов. — Изд. 3-е, стер. — М.: Высш. шк., 2008. — 462, [1] с. — (Для высших учебных заведений. География). — То же [Электронный ресурс]. — URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=429638">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=429638</a>
2	Михайлов, В.Н. Гидрология: учебник для вузов / В.Н. Михайлов, С.А. Добролюбов. - М.; Берлин: Директ-Медиа, 2017. - 753 с.; То же [Электронный ресурс]. — URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=455009">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=455009</a>
3	Сахненко, М.А. Гидрология: учебное пособие / М.А. Сахненко; Министерство транспорта Российской Федерации, Московская государственная академия водного транспорта. - М.: Альтаир: МГАВТ, 2010. - 124 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=429638">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=429638</a>



б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
4	Никаноров, А.М. Фундаментальные и прикладные проблемы гидрохимии и гидроэкологии: учебное пособие / А.М. Никаноров; Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации, Федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, Гидрохимический институт, Российская академия наук и др. - Ростов на Дону: Издательство Южного федерального университета, 2015. - 572 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=461989">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=461989</a>
5	Гидроэнергетика: учебное пособие / Т.А. Филиппова, М.Ш. Мисриханов, Ю.М. Сидоркин, А.Г. Русина. - 3-е изд., перераб. - Новосибирск: НГТУ, 2013. - 621 с. - (Учебники НГТУ). - То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436213">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436213</a>

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
6	ЗНБ ВГУ <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a>
7	Электронно-библиотечная система «ЮРАЙТ» <a href="https://urait.ru">https://urait.ru</a>
8	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>
9	Электронно-библиотечная система "Консультант студента" <a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>
10	Национальный цифровой ресурс "РУКОНТ" <a href="http://rucont.ru">http://rucont.ru</a>
11	«Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526">https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526</a>

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы**

№ п/п	Источник
12	Никаноров, А.М. Фундаментальные и прикладные проблемы гидрохимии и гидроэкологии: учебное пособие / А.М. Никаноров; Министерство природных ресурсов и экологии Российской Федерации, Федеральная служба по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, Гидрохимический институт, Российская академия наук и др. - Ростов на Дону: Издательство Южного федерального университета, 2015. - 572 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=461989">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=461989</a>
13	Гидроэнергетика: учебное пособие / Т.А. Филиппова, М.Ш. Мисриханов, Ю.М. Сидоркин, А.Г. Русина. - 3-е изд., перераб. - Новосибирск: НГТУ, 2013. - 621 с. - (Учебники НГТУ). - То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436213">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436213</a>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Программа курса реализуется с элементами дистанционных технологий на платформе «Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». Режим доступа: <https://edu.vsu.ru/enrol/index.php?id=4526>



При реализации учебной дисциплины используются программные пакеты лицензионного ПО:

- WinPro 8 RUS Upgrd OLP NL Acdmс;
- OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmс;
- WinSvrStd 2012 RUS OLP NL Acdmс 2Proc;
- СПС "Консультант Плюс" для образования;
- неисключительные права на ПО KasperskyEndpointSecurity для бизнеса - УниверсальныйRussianEdition;
- неисключительные права на ПО KasperskyEndpointSecurity для бизнеса - РасширенныйRussianEdition;
- неисключительные права на ПО KasperskySecurity для файловых серверов;
- MSP.Point;
- STADIA;
- интернет-браузер MozillaFirefox.

#### **18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

*Для лекционных занятий* – учебная аудитория (учебный корпус № 5 ВГУ), оснащенная специализированной мебелью, мультимедийной аппаратурой (телевизор LED LG 49LB620V 49", ноутбуки HP);

*Для практических занятий* – учебная аудитория (учебный корпус № 5 ВГУ), оснащенная специализированной мебелью, вычислительной техникой с возможностью подключения к сети Интернет (лицензионное ПО: Office STD 2013 RUSOLPNL Acdmс, STADIA, интернет-браузер Mozilla Firefox, сервер (HP 768729-421 ML310eGen8v2 E3-1241v3), персональные компьютеры с мониторами (HP Elite Desk 800 G1, монитор 21.5 "LED LCD Samsung"), телевизор LED LG 49LB620V 49", сканер Epson Perfection V37 A4, МФУ лазерное HP, принтер HP Laser Jet Pro, мультимедиа-проектор Epson, ноутбуки HP.

#### **19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Введение	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
2	Теория вероятностей и математическая статистика в гидрометеорологии	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
3	Основные теоремы теории вероятностей	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
4	Случайные величины	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
5	Нормальные распределения вероятностей	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
6	Моменты случайных величин	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
7	Основные параметры гидрометеорологических рядов	ПК 2	ПК 2.3	Лабораторная работа, устный опрос
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет, зачет с оценкой				Перечень вопросов Практическое задание (см. п. 20.2)

## **20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания**

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины, осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета.

Текущая аттестация проводится в формах:

- устного опроса (индивидуальный опрос, доклады);
- письменных работ (практические работы);
- тестирования;
- оценки результатов самостоятельной работы (презентация).

Критерии оценивания приведены ниже.

Промежуточная аттестация проводится в соответствии с Положением о промежуточной аттестации обучающихся по программам высшего образования.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний, и практическое задание, позволяющее оценить степень сформированности умений и навыков при изучении дисциплины.

### **20.1. Текущий контроль успеваемости**

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- устный опрос (собеседование);
- практические работы.

#### ***Тематика лабораторных работ:***

1. Случайные величины в гидрологии и их распределения.
2. Определение параметров рядов стока.
3. Методы анализа информации по стоку рек.
4. Моделирование рядов стока.

### **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- контрольно-измерительных материалов, включающих 2 теоретических вопроса и расчетную аналитическую задачу в области статистических методов в гидрометеорологии и природопользовании.

### ***Теоретические вопросы:***

1. Почему методы теории вероятностей и математической статистики могут применяться для анализа гидрометеорологических наблюдений?
2. Какие распределения вероятностей применяются в гидрологии?
3. Назовите основные параметры рядов стока рек.
4. Какой основной метод применяется при оценке параметров стока рек?
5. В чем заключается сущность метода анализа однородности информации по стоку рек?
6. Какова сущность метода «динамических характеристик» для анализа репрезентативности информации по стоку рек?
7. Каков принцип моделирования рядов стока по методу статистических испытаний (Монте-Карло)?
8. Каким образом при моделировании рядов стока учитывается его внутригодовое распределение?

### ***Расчетные аналитические задачи (примеры):***

#### **Тема: Случайные величины в гидрологии и их распределения**

##### Вариант 1

**Задание 1.** Определить вероятность каждого расхода воды в ряду из 85 величин.

**Задание 2.** Определить вероятность наступления какого-либо расхода воды из трех при их вероятности: 20 %, 40 %, 60 %.

##### Вариант 2

**Задание 1.** Какова вероятность какого-либо из пяти расходов воды при вероятностях каждого из них: 10 %, 20 %, 30 %, 2 %, 3 %?

**Задание 2.** Каково средневзвешенное значение высоты снега по бассейну, если по отдельным участкам она составляет: поле (0,3 м<sup>2</sup>, площадь 5%), лес (0,4 м<sup>2</sup>, площадь 4%), овраги (0,5 м<sup>2</sup>, площадь 1%)?

#### **Тема: Определение параметров рядов стока**

##### Вариант 1

**Задание 1.** Определить коэффициент вариации  $C_v$  при величинах среднего квадратического отклонения  $\sigma = 1,5 \text{ м}^3/\text{с}$  и среднем  $Q_{\text{ср}} = 70 \text{ м}^3/\text{с}$ .

**Задание 2.** Определить коэффициент вариации  $C_v$  при величинах среднего квадратического отклонения  $\sigma = 80 \text{ м}^3/\text{с}$  и среднем  $Q_{\text{ср}} = 250 \text{ м}^3/\text{с}$ .

##### Вариант 2

**Задание 1.** Определить коэффициент вариации  $C_v$  при величинах  $\sigma = 100 \text{ м}^3/\text{с}$  и среднем значении  $Q_{\text{ср}} = 340 \text{ м}^3/\text{с}$ .

**Задание 2.** Определить коэффициент вариации  $C_v$  при  $\sigma = 227 \text{ м}^3/\text{с}$  и среднем значении  $Q_{\text{ср}} = 670 \text{ м}^3/\text{с}$ .

#### **Тема: Методы анализа информации по стоку рек**

### Вариант 1

**Задание 1.** Определить наличие однородности при фактическом значении критерия  $t = 2,0$  и табличном  $t = 2,5$ .

**Задание 2.** Определить наличие или отсутствие однородности при фактическом значении критерия  $t = 2,5$  и табличном  $t = 2,1$ .

### Вариант 2

**Задание 1.** Определить наличие или отсутствие репрезентативности при точности  $\xi = 5 \%$  в отрезках ряда при коэффициентах: для среднего  $K = 1,02$ , для коэффициента вариации  $K1 = 1,05$ , коэффициента асимметрии  $K2 = 1,04$ .

**Задание 2.** Определить наличие или отсутствие репрезентативности в отрезках ряда при коэффициентах: для среднего  $K = 0,96$ , для коэффициента вариации  $K1 = 0,95$ , коэффициента асимметрии  $K2 = 0,91$  при точности  $5 \%$ .

## **Тема: Моделирование рядов стока**

### Вариант 1

**Задание 1.** Заданные параметры стока: среднее  $Q_{ср} = 242 \text{ м}^3 / \text{с}$ , коэффициент вариации  $C_v = 0,34$  и асимметрии  $C_s = 0,5$ . Параметры моделирования: среднее  $Q_{ср} = 250 \text{ м}^3 / \text{с}$ ,  $C_v = 0,35$ ,  $C_s = 0,52$ . Определить, успешны ли результаты моделирования при точности  $\xi = 5 \%$ .

**Задание 2.** Заданные параметры стока: среднее  $Q_{ср} = 242 \text{ м}^3 / \text{с}$ ,  $C_v = 0,34$ ,  $C_s = 0,5$ . Полученные по моделированию параметры: среднее  $Q_{ср} = 235 \text{ м}^3 / \text{с}$ ,  $C_v = 0,33$ ,  $C_s = 0,48$ . Определить, успешны ли результаты моделирования при точности  $\xi = 5 \%$ .

### Вариант 2

**Задание 1.** Задан параметр стока: коэффициент автокорреляции  $r = 0,3$ . Величина  $r$  при моделировании получена равной  $0,34$ . Определить, успешны ли результаты моделирования при точности  $\xi = 5 \%$ .

**Задание 2.** Задан параметр стока:  $\eta = C_s / C_v = 2,0$ . При моделировании получена величина  $\eta = 2,01$ . Определить, успешны ли результаты моделирования при точности  $\xi = 1 \%$ .

### **Критерии оценивания результатов обучения:**

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие критерии:

- владение понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами математической статистики и гидрометеорологии);
- способность иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований;
- применять теоретические знания для расчетов основных статистических величин.

### Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности	Шкала оценок
---------------------------------	--------------------------	--------------

	компетенций	
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач в области ресурсной оценки поверхностных вод суши	Повышенный и базовый уровень	Зачтено
Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки, не владеет понятийным аппаратом, не выполнил объем практических заданий	-----	Не зачтено

### 20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций (с заданиями для формирования диагностических работ)

#### Перечень заданий для проверки сформированности компетенции:

##### 1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Статистическая совокупность – это:

- множество изучаемых разнородных объектов;
- **множество единиц изучаемого явления** (Верно);
- группа зафиксированных случайных событий.

2. Статистическая группировка - это:

- объединение данных в группы по времени регистрации;
- **расчленение изучаемой совокупности на группы по существенным признакам** (Верно);
- образование групп зарегистрированной информации по мере ее поступления.

3. Статистические группировки могут быть:

- а) типологическими;
- б) структурными;
- в) аналитическими;
- г) комбинированными

- а;

- а, б;

- **а, б, в** (Верно);

- а, б, в, г.

4. Группировочные признаки, которыми одни единицы совокупности обладают, а другие - нет, классифицируются как:

- факторные;
- атрибутивные;
- **альтернативные** (Верно)

5. К каким группировочным признакам относятся: образование сотрудников, профессия, семейное положение:

- **к атрибутивным** (Верно);
- к количественным.

6. Ряд распределения - это:

- **упорядоченное расположение единиц изучаемой совокупности по группам** (Верно);

- ряд значений показателя, расположенных по каким-то правилам.

7. В каких единицах будет выражаться относительный показатель, если база сравнения принимается за единицу?

- в процентах;
- в натуральных;
- **в коэффициентах** (Верно)

8. Сумма всех удельных весов показателя структуры

- **строго равна 1** (Верно);
- больше или равна 1;
- меньше или равна 1.

9. Относительные показатели по своему познавательному значению подразделяются на показатели:

- а) выполнения и сравнения;
  - б) структуры и динамики;
  - в) интенсивности и координации;
  - г) прогнозирования и экстраполяции.
- а, б, г;
  - б, в, г;
  - **а, б, в** (Верно)

10. Исчисление средних величин - это:

- **способ изучения структуры однородных элементов совокупности** (Верно);
- прием обобщения индивидуальных значений показателя;
- метод анализа факторов.

11. Требуется вычислить средний стаж деятельности работников фирмы: 6, 5, 4, 6, 3, 1, 4, 5, 4, 5. Какую формулу Вы примените?

- **средняя арифметическая** (Верно);
- средняя арифметическая взвешенная;
- средняя гармоническая.

12. Средняя геометрическая - это:

- **корень из произведения индивидуальных показателей** (Верно);
- произведение корней из индивидуальных показателей.

13. По какой формуле производится вычисление средней величины в интервальном ряду?

- **средняя арифметическая взвешенная** (Верно);
- средняя гармоническая взвешенная.

14. Значения признака, повторяющиеся с наибольшей частотой, называется

- **модой** (Верно);
- медианой

15. Медиана в ряду распределения с четным числом членов ряда равна

- полусумме двух крайних членов;
- **полусумме двух срединных членов** (Верно)

16. Что понимается в статистике под термином «вариация показателя»?

- **изменение величины показателя** (Верно);
- изменение названия показателя;
- изменение размерности показателя.

17. Коэффициент вариации измеряет колеблемость признака

- **в относительном выражении** (Верно);
- в абсолютном выражении.

18. Среднеквадратическое отклонение характеризует

- взаимосвязь данных;
- **разброс данных** (Верно);
- динамику данных.

19. Трендом ряда динамики называется:

- **основная тенденция** (Верно);
- устойчивый темп роста.

20. Статистическая связь - это:

- когда зависимость между факторным и результирующим показателями неизвестна;

- когда каждому факторному соответствует свой результирующий показатель (Верно);

- когда каждому факторному соответствует несколько разных значений результирующего показателя.

21. Термин корреляция в статистике понимают как:

- **связь, зависимость** (Верно);

- отношение, соотношение;

- функцию, уравнение.

22. При каком значении коэффициента корреляции связь можно считать умеренной?

-  **$r = 0,43$**  (Верно);

-  $r = 0,71$ .

23. Термин «регрессия» в статистике понимают как:

- функцию связи, зависимости;

- направление развития явления вспять;

- функцию анализа случайных событий во времени;

- уравнение линии связи.

- а, б;

- в, г;

- **а, г** (Верно)

24. При каком значении линейного коэффициента корреляции связь между Y и X можно признать более существенной:

-  $r_{yx} = 0,25$ ;

-  $r_{yx} = 0,14$ ;

-  **$r_{yx} = - 0,57$**  (Верно)

#### 1) расчетные задачи:

1. На экзамене по истории студенты получили оценки:

3; 4; 4; 4; 3; 4

3; 4; 3; 5; 4; 4

5; 5; 2; 3; 2; 3

3; 4; 4; 5; 3; 3

5; 4; 5; 4; 4; 4

Построить дискретный вариационный ряд распределения студентов по баллам и изобразить его графически.

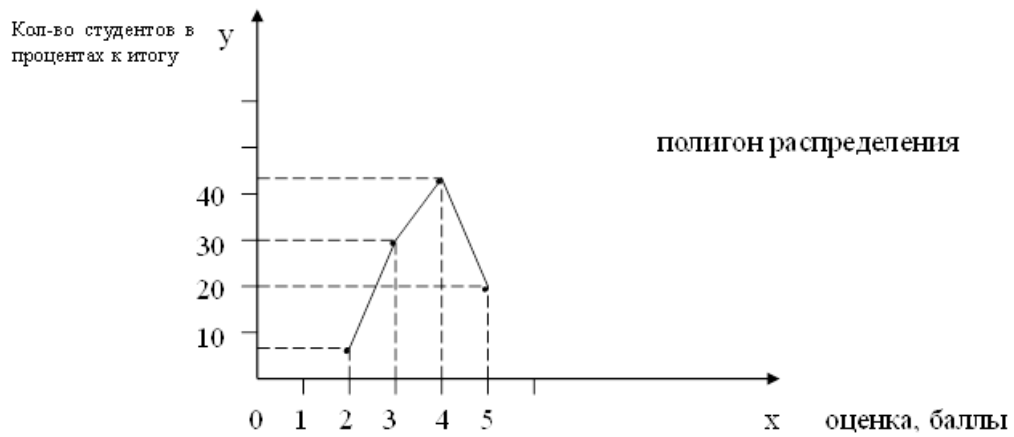
#### Ход решения задачи:

Определяем элементы ряда распределения: варианты, частоты, частоты

Оценка,баллы	Кол-во студентов с такой оценкой, человек	В процентах к итогу
2	2	6,7
3	9	30
4	13	<b>43,3</b>
5	6	20
Итого	30	100

Теперь графически изобразим дискретный ряд распределения в виде помпона распределения.





Можно сделать вывод о том, что преобладающее большинство студентов получило «4» (43,3 %).

## 2. Определение ошибки выборки для доли сотрудников в районе в возрасте до 50 лет и границы, в которых будет находиться генеральная доля.

Доля единиц выборочной совокупности, обладающих тем или иным заданным свойством, выражается формулой:

$$w = \frac{M}{N},$$

где  $M$  – число единиц совокупности, обладающих заданным свойством;

$N$  – общее число единиц в совокупности.

Для собственно-случайной и механической выборки с бесповторным способом отбора предельная ошибка выборки  $\Delta_w$  доли единиц, обладающих заданным свойством, рассчитывается по формуле:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $W$  – доля единиц совокупности, обладающих заданным свойством;

$(1 - W)$  – доля единиц совокупности, не обладающих заданным свойством;

$N$  – число единиц в генеральной совокупности;

$N$  – число единиц в выборочной совокупности.

Предельная ошибка выборки  $\Delta_w$  определяет границы, в пределах которых будет находиться генеральная доля  $P$  единиц, обладающих заданным свойством:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

По условию задания исследуемым свойством является не превышение среднего возраста сотрудников 50 лет.  $M = 25$

Расчет выборочной доли по формуле:

$$w = \frac{25}{30} = 0,8333$$

Расчет по формуле предельной ошибки выборки для доли:

$$\Delta_w = 1 \cdot \sqrt{\frac{0,8333(1-0,8333)}{30} \left(1 - \frac{30}{3000}\right)} = 0,0677$$

Определение по формуле доверительного интервала генеральной доли:

$0,8333 - 0,0677 \leq p \leq 0,8333 + 0,0677$  или  $76,56 \% \leq p \leq 90,10 \%$

**Вывод:** с вероятностью 0,683 можно утверждать, что в генеральной совокупности сотрудников доля сотрудников в возрасте до 50 лет будет находиться в пределах от 77 % до 90 %.

### 3. Показатели относительной влажности в 9 утра в рабочие дни: (%).

77; 70; 82; 81; 81  
82; 75; 80; 71; 80  
81; 89; 75; 67; 78  
73; 76; 78; 73; 76  
82; 69; 61; 66; 84  
72; 74; 82; 82; 76

Построить интервальный вариационный ряд распределения покупок по продолжительности, создав 4 группы с одинаковыми интервалами. Обозначить элементы ряда. Изобразить его графически, сделать вывод.

#### Ход решения задачи:

Определяем элементы ряда распределения: варианты, частоты, частности, накопленные частоты. Но прежде рассчитаем границы 4 заданных групп с одинаковыми интервалами.

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

Величину интервала определим по формуле:

$$i = \frac{89 - 61}{4} = 7$$

В нашем случае:

Границы групп соответственно равны:

I.  $61 + 7 = 68$  (61 - 68)

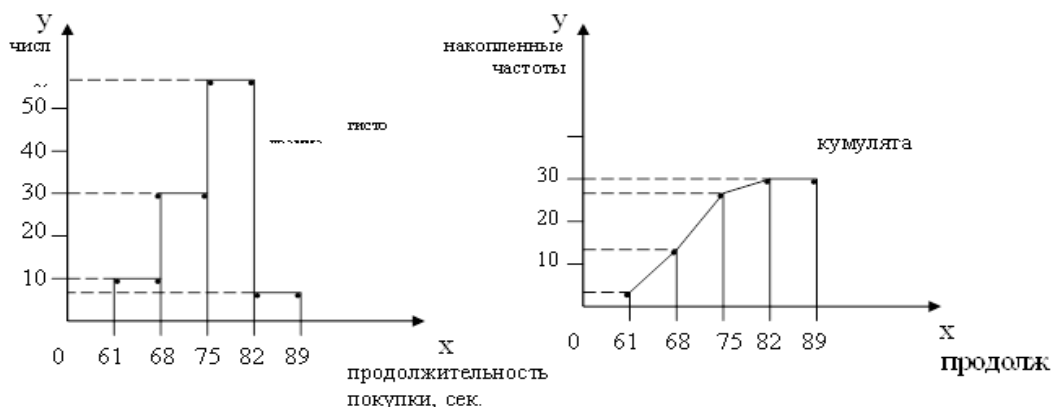
II.  $68 + 7 = 75$  (68 - 75)

III.  $75 + 7 = 82$  (75 - 82)

IV.  $82 + 7 = 89$  (82 - 89)

Интервалы влажности, %.	Число случаев	В процентах к итогу	Накопленные частоты
61-68	3	10	3
68-75	9	30	12
75-82	16	53,3	28
82-89	2	6,7	30
Итого	30	100	

Теперь графически отобразим наш интервальный вариационный ряд в виде гистограммы и кумуляты.

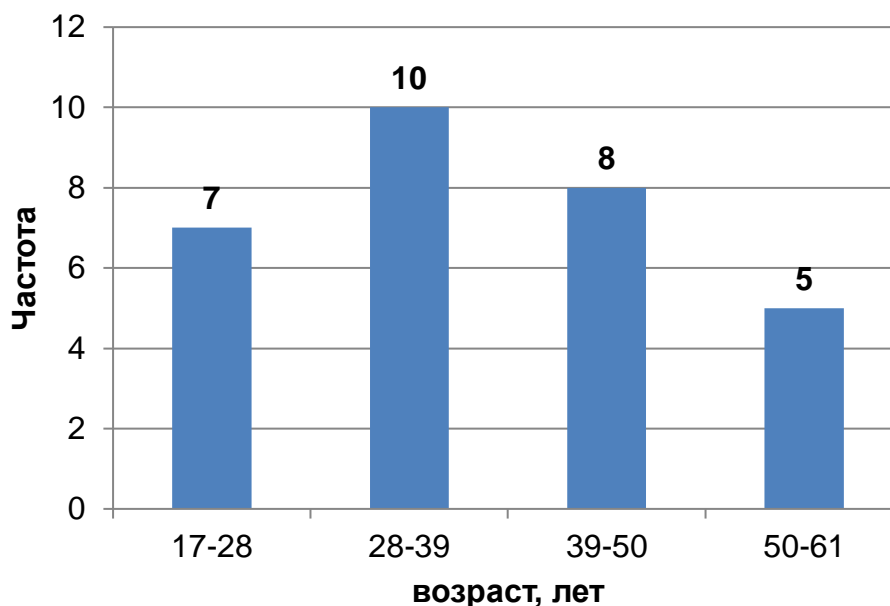


По таблице и графику можно сделать вывод о том, что преобладающее большинство покупок (16 или 53.3 %) находится во временном интервале 75-82, сек.

#### 4. Нахождение моды полученного интервального ряда распределения графическим методом и путем расчетов

Мода и медиана являются структурными средними величинами, характеризующими (наряду со средней арифметической) центр распределения единиц совокупности по изучаемому признаку.

Более точно моду можно определить графическим методом по гистограмме ряда.



Определение моды графическим методом

Конкретное значение моды для интервального ряда рассчитывается по формуле:

$$Mo = x_0 + h \times \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

где  $x_0$  — нижняя граница модального интервала;

$h$  — величина модального интервала;

$f_{Mo}$  — частота модального интервала;

$f_{Mo-1}$  — частота интервала, предшествующего модальному;

$f_{Mo+1}$  — частота интервала, следующего за модальным.

Согласно табл. 3 модальным интервалом построенного ряда является интервал 28–39 лет, так как его частота максимальна ( $f_2 = 10$ ).

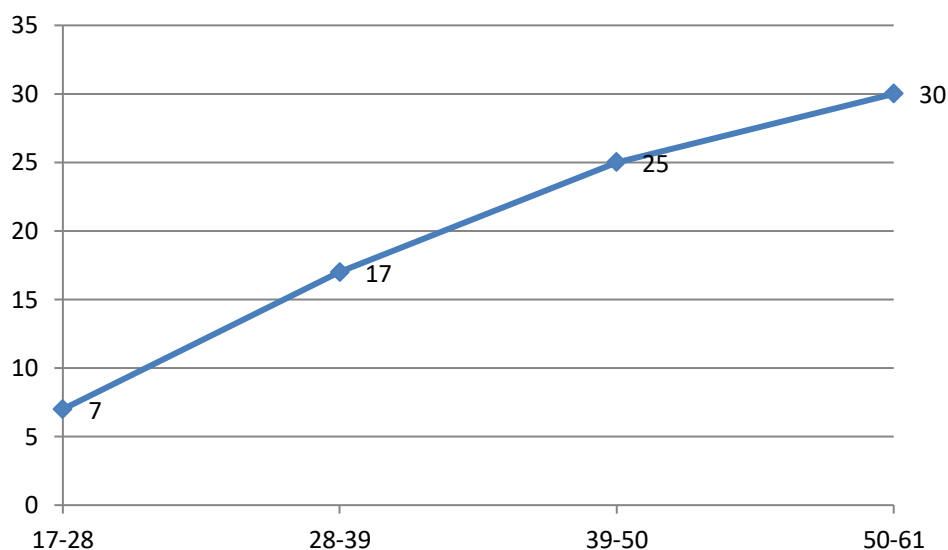
Расчет моды по формуле:

$$Mo = 28 + 11 \cdot \frac{10 - 7}{(10 - 7) + (10 - 8)} = 34,4$$

**Вывод:** для рассматриваемой совокупности сотрудников наиболее распространенный возраст характеризуется средней величиной 34,4 года.

#### 5. Нахождение медианы полученного интервального ряда распределения графическим методом и путем расчетов

Медиану можно определить графическим методом по кумулятивной кривой. Кумулята строится по накопленным частотам.



Определение медианы графическим методом

Конкретное значение медианы для интервального ряда рассчитывается по формуле:

$$Me = x_0 + h \times \frac{N_{Me} - S_{Me-1}}{f_{Me}},$$

где  $x_0$  – нижняя граница медианного интервала;

$N_{Me}$  – порядковый номер медианы ( $\sum f / 2$ );

$S_{Me-1}$  – кумулятивная (накопленная) частота интервала, предшествующего медианному;

$f_{Me}$  – частота медианного интервала.

Для расчета медианы необходимо, прежде всего, определить медианный интервал, для чего используются накопленные частоты (или частоты). Так как медиана делит численность ряда пополам, она будет располагаться в том

интервале, где накопленная частота впервые равна полусумме всех частот  $\frac{\sum f_j}{2}$  или превышает ее (т. е. все предшествующие накопленные частоты меньше этой величины).

В демонстрационном примере медианным интервалом является интервал 28–39 лет, так как именно в этом интервале накопленная частота  $S_j = 17$  впервые

превышает величину, равную половине численности единиц совокупности  $\frac{\sum f_j}{2} = \frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

$$Me = 28 + 11 \cdot \frac{\frac{30}{2} - 10}{10} =$$

Расчет значения медианы по формуле: 33,5 года

**Вывод:** в рассматриваемой совокупности, половина сотрудников имеют возраст в среднем не более 33,5 лет, а другая половина – не менее 33,5 лет.

## 6. Расчет характеристик ряда распределения

Для расчета характеристик ряда распределения  $\bar{x}$ ,  $\sigma$ ,  $\sigma^2$ ,  $V\sigma$  на основе строится вспомогательная таблица ( $x'_j$  – середина j-го интервала).

Расчетная таблица для нахождения характеристик ряда распределения

Возраст безработного, лет	Середина интервала, $x'_j$	Частота, $F_j$	$x'_j f_j$	$x'_j - \bar{x}$	$(x'_j - \bar{x})^2$	$(x'_j - \bar{x})^2 f_j$
1	2	3	4	5	6	7
17-28	22,5	7	157,5	- 15,033	226,001	1582,01
28-39	33,5	10	335	- 4,0333	16,2678	162,678
39-50	44,5	8	356	6,96667	48,5344	388,276
50-61	55,5	5	277,5	17,9667	322,801	1614,01
<b>Итого</b>		<b>30</b>	<b>1126</b>			<b>3746,97</b>

Расчет средней арифметической взвешенной:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k x'_j f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{1126}{30} = 37,5333 \text{ лет}$$

Расчет дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (x'_j - \bar{x})^2 f_j}{\sum_{j=1}^k f_j} = \frac{3746,97}{30} = 124,8989$$

Расчет среднего квадратического отклонения:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{124,8989} = 11,1758$$

Расчет коэффициента вариации:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{11,1758}{37,5333} \cdot 100 = 29,78\%$$

**Вывод:** анализ полученных значений показателей  $\bar{x}$  и  $\sigma$  говорит о том, что средний возраст сотрудников составляет 37,5333 лет, отклонение от среднего возраста в ту или иную сторону составляет в среднем 11,1758 лет (или 29,78 %), наиболее характерные значения среднего возраста сотрудников находятся в пределах от 26,3575 до 48,7092 (диапазон  $\bar{x} \pm \sigma$ ).

Значение  $V\sigma = 29,78\%$  не превышает 33 %, следовательно, вариация возраста в исследуемой совокупности сотрудников незначительна и совокупность

по данному признаку качественно однородна. Расхождение между значениями  $\bar{x}$  **Mo** и **Me** незначительно ( $\bar{x} = 37,5333$  лет, **Mo** = 34,4 года, **Me** = 33,5 лет), что подтверждает вывод об однородности по возрасту совокупности сотрудников.

Таким образом, найденное среднее значение возраста сотрудников (37,5333 лет) является типичной, надежной характеристикой исследуемой совокупности сотрудников.

## 7. Определение ошибки выборки среднего возраста сотрудников в районе и границы, в которых будет находиться генеральная средняя

Применение выборочного метода наблюдения всегда связано с установлением степени достоверности оценок показателей генеральной совокупности, полученных на основе значений показателей выборочной совокупности. Достоверность этих оценок зависит от репрезентативности выборки, т. е. от того, насколько полно и адекватно представлены в выборке статистические свойства генеральной совокупности. Как правило, генеральные и выборочные характеристики не совпадают, а отклоняются на некоторую величину  $\varepsilon$ , которую называют ошибкой выборки (ошибкой репрезентативности).

Значения признаков единиц, отобранных из генеральной совокупности в выборочную, всегда случайны, поэтому и статистические характеристики выборки случайны, следовательно, и ошибки выборки также случайны. Ввиду этого

принято вычислять два вида ошибок – среднюю  $\mu_{\bar{x}}$  и предельную  $\Delta_{\bar{x}}$ .

Средняя ошибка выборки  $\mu_{\bar{x}}$  – это среднее квадратическое отклонение всех возможных значений выборочной средней от генеральной средней, т. е. от своего математического ожидания  $M[\bar{x}]$ .

Величина средней ошибки выборки рассчитывается дифференцированно (по различным формулам) в зависимости от вида и способа отбора единиц из генеральной совокупности в выборочную.

Для собственно-случайной и механической выборки с бесповторным способом отбора средняя ошибка  $\mu_{\bar{x}}$  выборочной средней  $\bar{x}$  определяется по формуле

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $\sigma^2$  – общая дисперсия выборочных значений признаков;

$N$  – число единиц в генеральной совокупности;

$n$  – число единиц в выборочной совокупности.

Предельная ошибка выборки  $\Delta_{\bar{x}}$  определяет границы, в пределах которых будет находиться генеральная средняя:

$$\bar{x} = \bar{x} \pm \Delta_{\bar{x}}, \quad \bar{x} - \Delta_{\bar{x}} \leq \bar{x} \leq \bar{x} + \Delta_{\bar{x}},$$

где  $\bar{x}$  – выборочная средняя;

$\bar{x}$  – генеральная средняя.

Границы  $\Delta_{\bar{x}}$  задают доверительный интервал генеральной средней, т. е. случайную область значений, которая с вероятностью  $P$  гарантированно содержит

значение генеральной средней. Эту вероятность **P** называют доверительной вероятностью или уровнем надёжности.

В экономических исследованиях чаще всего используются доверительные вероятности **P = 0,954; P = 0,997; реже P = 0,683**.

В математической статистике доказано, что предельная ошибка выборки  $\Delta_{\bar{x}}$  кратна средней ошибке  $\mu$  с коэффициентом кратности **T** (называемым также коэффициентом доверия), который зависит от значения доверительной вероятности **P**. Для предельной ошибки выборочной средней  $\Delta_{\bar{x}}$  это теоретическое положение выражается формулой  $\Delta_{\bar{x}} = t(P)\mu_{\bar{x}}$

Значения **T** вычислены заранее для различных доверительных вероятностей **P** и протабулированы (таблицы функции Лапласа **Ф**). Для наиболее часто используемых уровней надёжности **P**. Значения **T** задаются следующим образом:

Доверительная вероятность, <b>P</b>	0,683	0,866	0,954	0,988	0,997	0,999
Значение, <b>T</b>	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5

По условию демонстрационного примера выборочная совокупность насчитывает 30 сотрудников, выборка 1 % механическая, следовательно, генеральная совокупность включает 3000 сотрудников. Значения параметров, необходимых для решения задачи, представлены в таблице.

<b>P</b>	<b>T</b>	<b>n</b>	<b>N</b>	$\bar{x}$	$\sigma^2$
0,683	1	30	3000	36,8	130,2767

Расчет средней ошибки выборки по формуле:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{130,2767}{30} \left(1 - \frac{30}{3000}\right)} = 2,07$$

Расчет предельной ошибки выборки по формуле:

$$\Delta_{\bar{x}} = 1 * 2,07 = 2,07$$

Определение по формуле доверительного интервала для генеральной средней:  $36,8 - 2,07 \leq \bar{x} \leq 36,8 + 2,07$ ; 34,73 лет  $\leq \bar{x} \leq$  38,87 лет.

**Вывод:** на основании проведенного выборочного обследования среднего возраста сотрудников в районе с вероятностью 0,683 можно утверждать, что для генеральной совокупности сотрудников средний возраст находится в пределах от 34,73 лет до 38,87 лет.

### 3) ситуационные, практико-ориентированные задачи / мини-кейсы:

**1. Группировкой** называется разбиение общей совокупности **единиц объекта** наблюдения по одному или нескольким существенным признакам на однородные группы, различающиеся между собой в количественном и качественном отношении и позволяющие выделить социально-экономические типы, изучить структуру совокупности и проанализировать связи между отдельными признаками.



$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{130,2767}{30} \left(1 - \frac{30}{3000}\right)} = 2,07$$

2. Если в дискретном ряду все варианты встречаются одинаково часто, то в этом случае мода отсутствует. Могут быть распределения, где не один, а два (или более) варианта имеют наибольшие частоты. Тогда ряд имеет две (или более) моды, распределение является бимодальным (или многомодальным), что указывает на качественную неоднородность совокупности по изучаемому признаку.
3. Статистический ряд распределения – упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по определенному варьирующему признаку.
4. Дискретный вариационный ряд характеризует распределение единиц совокупности по дискретному (прерывному) признаку.
5. Интервальный вариационный ряд характеризует распределение единиц совокупности по интервальному (непрерывному) признаку.
6. Для изображения дискретных вариационных рядов распределения используется «полигон распределения».
7. Для графического изображения интервального вариационного ряда применяются «гистограмма» и «кумулята».
11. Мода для дискретного ряда – это значение признака, наиболее часто встречающееся у единиц исследуемой совокупности.
12. В интервальном вариационном ряду модой приближенно считается центральное значение модального интервала (имеющего наибольшую частоту).
13. Медиана – это значение признака, приходящееся на середину ранжированного ряда. По обе стороны от медианы находится одинаковое количество единиц совокупности.

### Темы эссе:

#### 1. Пример выполнения расчетного задания по статистике

Имеются выборочные данные гидрометеорологической службы о стаже работы 30 сотрудниками одного из метеоподразделений (выборка 1 %, механическая):

№ п/п	Возраст сотрудника, лет	Стаж работы, лет	№ п/п	Возраст сотрудника, лет	Стаж работы, лет
1	37	8,7	16	60	11,3
2	53	9,4	17	21	5,6
3	18	5,1	18	33	7,5
4	25	6,9	19	29	7,2
5	33	7,9	20	42	8,3
6	32	7,8	21	17	5,3
7	48	8,5	22	44	8,4
8	61	10,4	23	41	7,9
9	29	7,8	24	26	7,4
10	39	8,4	25	30	7,9
11	28	7,9	26	41	8,1
12	35	8,5	27	47	8,7
13	52	9,4	28	27	7,5
14	36	8,7	29	23	6,7

15	48	8,9	30	57	10,0
----	----	-----	----	----	------

### Часть 1

По исходным данным:

- 1) постройте статистический ряд распределения по признаку возраста сотрудника, образовав 4 группы с равными интервалами;
- 2) графическим методом и путем расчетов определите значения моды и медианы полученного ряда распределения;
- 3) рассчитайте характеристики интервального ряда распределения: среднюю арифметическую, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации. Сделайте выводы по результатам выполнения пунктов 1, 2, 3 задания;
- 4) вычислите среднюю арифметическую по исходным данным, сравните ее с аналогичным показателем, рассчитанным в п. 3 для интервального ряда распределения. Объясните причину их расхождения.

### Часть 2

По результатам выполнения задания 1 с вероятностью 0,683 определите:

- 1) ошибку выборки среднего возраста сотрудника и границы, в которых будет находиться средний возраст сотрудников в целом по отрасли;
- 2) ошибку выборки доли сотрудников в отрасли в возрасте до 50 лет и границы, в которых будет находиться генеральная доля.

### Выполнение задания 1

#### 1.1. Построение интервального ряда распределения сотрудников по возрасту

Для построения интервального вариационного ряда, характеризующего распределение сотрудников по возрасту, необходимо вычислить величину и границы интервалов ряда.

При построении ряда с равными интервалами величина интервала  $h$  определяется по формуле

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{k}, \quad (1)$$

где  $x_{max}$  ,  $x_{min}$  - наибольшее и наименьшее значения признаков исследуемой совокупности,  $K$  – число групп интервального ряда.

Число групп  $K$  задается в условии задания или рассчитывается по формуле Г. Стерджесса  $K = 1 + 3,322 \lg N$ , где  $N$  – число единиц совокупности. По условиям задания  $k = 4$ .

Определение величины интервала по формуле 1 при заданных  $K = 4$ :

$X_{max} = 61$  год,  $X_{min} = 17$  лет

$$h = \frac{61 - 17}{4} = \frac{44}{4} = 11 \text{ лет}$$

При  $h = 11$  границы интервалов ряда распределения имеют следующий вид (табл. 2):

Таблица 2

Номер группы	Возраст сотрудника, лет
1	17–28
2	28–39
3	39–50
4	50–61

Для построения интервального ряда необходимо подсчитать число сотрудников, входящих в каждую группу (частоты групп). При этом возникает вопрос, в какую группу включать единицы совокупности, у которых значения признака выступают одновременно и верхней, и нижней границами смежных интервалов. Отнесение таких единиц к одной из двух смежных групп рекомендуется осуществлять по принципу полуоткрытого интервала, т. к. при этом верхние границы интервалов не принадлежат данным интервалам, то соответствующие им единицы совокупности включаются не в данную группу, а в следующую. В последний интервал включаются и нижняя, и верхняя границы.

Процесс группировки единиц совокупности по признаку возраст сотрудника представлен во вспомогательной (разработочной) таблице 3 (графа 4 этой таблицы необходима для построения аналитической группировки в Задании 2).

Таблица 3

Разработочная таблица для построения интервального ряда распределения и аналитической группировки

Возраст безработного, лет	Середина интервала	Частота
17–28	22,5	7
28–39	33,5	10
39–50	44,5	8
50–61	55,5	5
	Всего	30

На основе групповых итоговых строк «Всего» табл. 3 формируется итоговая табл. 4, представляющая **Интервальный ряд распределения сотрудников по возрасту**.

Таблица 4

Распределение сотрудников по возрасту

Возраст сотрудников, лет	Середины интервалов	(ni)	Частость (доля), $n_i / n$	Накопленная частота ( $S_j$ )	Накопленная частность
17-28	22,5	7	0,2333	7	23 %
28-39	33,5	10	0,3333	17	57 %
39-50	44,5	8	0,2667	25	83 %
50-61	55,5	5	0,1667	30	100 %
	Всего(n)	30			

Помимо частот групп в абсолютном выражении в анализе интервальных рядов используются ещё три характеристики ряда, приведенные в графах 4–6

табл. 4. Это частоты групп в относительном выражении, накопленные (кумулятивные) частоты  $S_j$ , получаемые путем последовательного суммирования частот всех предшествующих  $(j-1)$  интервалов, и накопленные частности,

$$\frac{S_j}{\sum f_j} * 100$$

рассчитываемые по формуле

**Вывод:** анализ интервального ряда распределения изучаемой совокупности сотрудников показывает, что распределение сотрудников по возрасту не является равномерным: преобладают сотрудники в возрасте от 28 до 39 лет (это 10 сотрудников, доля которых составляет 33 %), почти в два раза меньше (17 %) старшая возрастная группа (от 50 лет до 61 года); группы от 17 до 28 лет и от 39 до 50 лет отличаются не так заметно (23 % и 27 % соответственно).

## 2. Вычисление средней арифметической по исходным данным

Для расчета применяется формула средней арифметической простой:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} = \frac{1112}{30} = 37,0667$$

Причина расхождения средних величин, рассчитанных по формулам, заключается в том, что по формуле средняя определяется по фактическим значениям исследуемого признака для всех сотрудников, а по формуле средняя вычисляется для интервального ряда, когда в качестве значений признака

берутся середины интервалов  $x'_j$  и, следовательно, значение средней будет менее точным (за исключением случая равномерного распределения значений признака внутри каждой группы).

## 3. Предмет статистики

Статистика имеет дело, прежде всего, с количественной стороной явлений и процессов общественной жизни. Данные статистических справочников языком цифр характеризуют размеры и количественные соотношения (объемы, структуру, темпы развития и т. п.) явлений общественной жизни и проявляющиеся в них закономерности.

Общей чертой сведений, составляющих статистику, служит то, что они всегда относятся не к одному единичному (индивидуальному) явлению, а охватывают сводными характеристиками целый ряд таких явлений или, как говорят, их совокупность. Индивидуальное явление отличается от совокупности своей неразложимостью на самостоятельно существующие и аналогичные друг другу составные элементы. Совокупность же состоит именно из таких элементов. Исчезновение одного из элементов совокупности не уничтожает ее как таковую. Так, население страны остается ее населением, даже если одно из входящих в его состав лицо покинуло страну и переселилось за ее пределы.

Разные совокупности и их единицы в реальности сочетаются и переплетаются друг с другом подчас в весьма сложных комплексах. Так, говоря о промышленности, статистика рассматривает ее как совокупность предприятий, каждое из которых образует одну из входящих в нее единиц. Обратившись далее к исследованию предприятия, мы находим на нем совокупность рабочих, станков и т. п. В совокупности станков отдельный станок образует одну из единиц, но производимую на нем продукцию можно представить как совокупность изделий и т. д.

Специфическая черта статистики состоит в том, что во всех случаях ее данные относятся к совокупности. Характеристики отдельных индивидуальных явлений попадают в поле ее зрения лишь в качестве основания для получения сводных характеристик совокупности. В этом состоит связь учета (бухгалтерского, первичного, хозяйственного и т. п.). Например, регистрация брака имеет определенное значение для данной конкретной пары, вступающей в него. К статистике же относятся лишь сводные данные о числе заключенных браков. Величина прибыли от конкретной сделки интересует конкретного предпринимателя как составляющая его дохода. Сумма прибыли от всех сделок является статистической характеристикой финансовых результатов деятельности предприятий.

Таким образом, статистику образуют сводные характеристики совокупностей объектов и явлений, относящихся к жизни общества, или, шире, тех или иных совокупностей вообще.

В ряде случаев термин «статистика» употребляется в несколько более узком смысле, связанном с обработкой результатов серии индивидуальных наблюдений. «Статистикой» называют некоторый параметр  $y$ , зависящий от  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . В этом смысле термин «статистика» применяется главным образом в математической статистике.

#### **4. Статистика как род деятельности.**

Под статистикой понимают также процесс собирания и обработки данных, необходимых для получения статистики в обоих рассмотренных смыслах. Статистику и учет часто смешивают, однако ставить знак между двумя этими понятиями нельзя. Различные события, факты, явления общественной жизни оставляют после себя какой-то след в виде определенной записи, в которой данный факт был зарегистрирован. Так, рождение, смерть, заключение брака подлежат регистрации в ЗАГСе, поездка на транспорте сопровождается получением билета с определенным номером, поступление товаров в магазин отмечается в накладной, во время переписи населения сведения заносятся в специальный бланк и т. п.

Регистрация, запись отдельных фактов называется учетом. Однако цели этой регистрации отличаются друг от друга.

В одних случаях регистрация производится, чтобы отметить факт и придать ему определенное оформление. Например, листок нетрудоспособности выдается как подтверждение факта заболевания для расчета с работником по выздоровлению, налоговая декларация заполняется для контроля за правильностью и полнотой уплаты налогов.

В других случаях регистрация носит другой характер. Так, например, при регистрации цен в розничной торговле каждый отдельный случай записи цен на тот или иной вид товара не представляет интереса. Регистрация цен производится для установления какой-то средней цены на продукт. Аналогично в переписи населения данные регистрации одного человека не представляют интереса. Записи производятся для того, чтобы на основе итогов всех записей составить представление о численности и составе населения. Иными словами, речь идет об учете для статистики. Такого рода учет фактов называется **статистическим**.

Следует отметить, что статистика зиждется на учете, но при учете для статистики целью является итоговая, обобщающая характеристика всей совокупности в целом и ее отдельных групп, и каждая запись является средством для достижения этой цели.

Собирание статистической информации, имеющей значение для государства, для отдельных его частей, регионов или городов, получает специальную систему организации. Для этой цели создается сеть специальных

органов. В России – это органы государственной статистики, во главе с Государственным комитетом Российской Федерации по статистике (Госкомстатом России).

## 5. Статистика как наука.

В широком смысле статистика – наука, изучающая массовые явления, т. е. явления, происходящие в совокупности объектов. В более узком или специальном смысле статистика определяется как наука, исследующая с количественной стороны массовые общественные явления.

Определение статистики как науки было сформулировано в 1954 году на Научном совещании по вопросам статистики: «**Статистика – самостоятельная общественная наука.** Она изучает количественную сторону массовых общественных явлений в неразрывной связи с их качественной стороной.

Статистика изучает количественную сторону общественных явлений общественного производства, в единстве производительных сил и производственных отношений, и явлений культурной и политической жизни общества.

Статистика изучает также влияние природных и технических факторов на количественные изменения общественной жизни и влияния развития общественного производства на природные условия общества».

Это определение не потеряло своего значения и актуальности и в настоящее время.

Общественная жизнь выражается в различного рода массовых явлениях и процессах, например: производство, изменение численности населения, внутренняя и внешняя торговля, перевозка грузов и пассажиров и т. д. Каждое из этих явлений состоит из массы однородных элементов, которые взятые вместе в известных границах времени и пространства, образуют **статистическую совокупность**.

Единицы совокупности, образуя некоторое целое, по ряду своих свойств и особенностей отличаются друг от друга. Так, например, предприятия промышленности делятся на предприятия различных отраслей, выпускающих различную продукцию, предприятия одной отрасли распределяются по объему выпуска этой продукции и т. д.

Таким образом, отдельные элементы статистической совокупности, имея определенную качественную сторону, объединяющую все элементы в статистическую совокупность, в то же время обнаруживают определенные различия.

Изучение статистической совокупности на основе этих различий составляет важную задачу статистической науки. Статистическая наука разрабатывает методы получения сводных, итоговых показателей, характеризующих различные стороны общественной жизни.

## 6. Методологические основы статистики

**Статистический метод.** Статистическая наука выработала свои особые приемы и способы исследования, которые в совокупности образуют **ее метод и методологию**.

Исследовать явления методами статистики – значит исследовать его как явление массовое, то есть требуется наблюдать множество элементов или само явление во множестве его повторений. Из этого следует отличие статистического метода от метода индукции (судить о явлении в целом по проявлению единичного факта).

В познании любого массового явления конкретного вида используются общие положения статистики как науки, установленные для всех массовых явлений. Одновременно сама статистика обогащается опытом ее применения в изучении каждого нового массового процесса.

Важнейшими элементами статистической методологии являются: массовое наблюдение, группировки, применение обобщающих (сводных) характеристик.

Поскольку статистика имеет дело с количественными характеристиками, она широко применяет в своих исследованиях положения и методы математики. Особенно широкое применение находят в статистике теория вероятностей и математическая статистика, которые занимаются изучением абстрактных множеств единиц и действующих в них общих количественных закономерностей. Установленные этими отраслями математики законы, правила и методы статистика использует при решении своих специфических задач. В частности, важную роль играет в статистике закон больших чисел.

**Закон больших чисел** выражает общий принцип, в силу которого в большом числе явлений при некоторых общих условиях почти устраняется влияние случайного фактора. Достигается это в результате того, что в большом числе случаев происходит взаимопогашение индивидуальных отклонений величин одного и того же вида от общей их меры.

Многие характеристики общественных явлений, например, средний уровень цен, средняя заработная плата, средняя урожайность зерновых, зависят от массы индивидуальных явлений, величины которых более или менее отклоняются от общей их меры.

При изучении явлений такого рода статистика использует закон больших чисел. Опираясь на этот закон, статистика выявляет характерные для определенных условий закономерности, типичные количественные соотношения и уровни явлений. Так, статистика выявила устойчивое соотношение родившихся мальчиков и девочек, урожайности зерновых культур, стоимости 1-го квадратного метра жилья в домах с разными материалами стен и т. п. Эти закономерности называются **статистическими**.

Следует знать что, этот закон получил свое математическое доказательство в теории вероятностей. Его выражает ряд теорем: теорема Бернулли (1713); теорема Пуассона (1837); теорема Чебышева (1867). Известно, что из последней теоремы можно получить две предыдущие как ее частные случаи. Теория вероятностей, рассматривая в чисто количественном аспекте закон больших чисел, выражает его цепью математических теорем. Статистика же основывается на этих теоремах в изучении конкретного массового явления.

**Статистической закономерностью** называется закономерность, проявляющаяся лишь в большой массе явлений через преодоление свойственной ее единичным элементам случайности.

В одних случаях перед статистикой стоит задача измерения ее проявлений, само же ее существование теоретически ясно заранее, то есть необходимо количественно подтверждение гипотезы. Так, спрос на товары есть по самой своей природе явление массовое. Можно заранее сказать, что при увеличении цены на конкретный товар спрос уменьшится. Но меру уменьшения спроса можно установить только путем специального исследования методами статистики.

В других случаях закономерность может быть найдена эмпирическим путем. Например, установлено, что с увеличением дохода семьи в ее бюджете процент расходов на питание снижается.

## **7. Задачи статистики**

Статистическое исследование включает в себя:

- разработку программы статистического наблюдения (определение объекта, единицы и формы наблюдения, разработку методик расчета запрашиваемых показателей и предполагаемые результаты обработки полученных данных);



- сбор массовых данных о статистической совокупности (непосредственно статистическое наблюдение);
- обработку данных (сводку, группировку);
- анализ полученной информации.

Таким образом, в задачи статистического исследования входят:

- разработка методологии статистического изучения того или иного процесса или явления;
- проведение статистического наблюдения;
- осуществление статистического анализа полученных результатов наблюдения.

Последней и важнейшей ступенью статистического исследования, ради которой и проводятся все предыдущие этапы, является **статистический анализ**.

## 8. Задачи статистического анализа

Анализ складывается из нескольких последовательных этапов, основные из них: формулировка цели и задач анализа, осуществление анализа на основе выбранных направлений, обобщение результатов анализа в виде выводов и предложений.

При установлении цели и задач экономико-статистического анализа важно как можно точнее сформулировать тему исследования, определить границы изучаемого объекта и конечное назначение данной аналитической работы. От того, насколько конкретно сформулирована цель и задачи анализа, зависит его качество, действенность и полнота.

В традиционные и практически обязательные задачи анализа входит:

- определение уровня или масштабы исследуемого явления или процесса;
- характеристика структуры наблюдаемого объекта;
- исследование динамики явления для выявления закономерности происходящих процессов;
- сравнительный анализ исследуемого объекта наблюдения с аналогичными (с зарубежными, с нормативом и т. п.);
- выявление взаимосвязи основного объекта исследования с другими объектами.

Все эти задачи решаются с помощью статистических методов исследования, изучение которых и составит в основном предлагаемый курс общей теории статистики.

## 9. Сущность статистического наблюдения

**Статистическое наблюдение** является первым этапом статистического исследования и представляет собой массовое, планомерное, научно организованное наблюдение за явлениями социальной и экономической жизни, заключающееся в регистрации отобранных признаков у каждой единицы совокупности.

Процесс статистического наблюдения включает в себя следующие этапы:

- подготовка наблюдения;
- массовый сбор данных;
- подготовка данных к автоматизированной обработке;
- контроль качества получаемых данных;
- разработка предложений по совершенствованию статистического наблюдения. Примерами статистического наблюдения могут служить переписи населения, сельскохозяйственные переписи, бюджетные обследования хозяйств населения, опросы общественного мнения.

Подготовка статистического наблюдения включает в себя различные виды работ. Сначала необходимо решить методологические вопросы:

- определение цели и объекта наблюдения, состава признаков, подлежащих регистрации;
  - разработка документов для сбора данных;
  - выбор отчетной единицы; • выбор методов и средств получения данных.
- Затем следует решить организационные вопросы:
- определение органов, проводящих наблюдение, и их состава;
  - подбор и подготовка кадров для проведения наблюдения;
  - составление календарного плана работ по подготовке, проведению и обработке материалов наблюдения;
  - тиражирование документов для сбора данных;
  - определение источников финансирования работ.

Массовый сбор данных заключается в проведении работ, непосредственно связанных с заполнением статистических формуляров. Он начинается с рассылки переписных листов, анкет, бланков, форм статистической отчетности и заканчивается их сдачей после заполнения в органы, проводящие наблюдение. Собранные данные подвергаются арифметическому и логическому контролю. Оба вида контроля основываются на знании взаимосвязей между показателями и качественными признаками.

На заключительном этапе наблюдения анализируются причины, которые привели к неверному заполнению статистических бланков, и разрабатываются предложения по совершенствованию наблюдения в будущем.

## **10. Программно-методологические вопросы статистического наблюдения**

**Цель наблюдения** – получение достоверной информации для обнаружения закономерностей развития явлений и процессов. Например, целью Всероссийской переписи населения 2002 г. было получение данных о численности, размещении, составе населения (по различным признакам), а также условиях его проживания, необходимых для планирования и управления экономической и социальной жизнью 10 страны. Цель переписной кампании 2010 года — сбор сведений о лицах, находящихся на определённую дату на территории Российской Федерации.

**Цель и задачи** наблюдения определяют его программу и формы организации.

**Объект наблюдения** – статистическая совокупность, в которой протекают исследуемые социально-экономические явления и процессы.

Объектами наблюдения могут быть совокупность физических лиц (население страны, отдельного региона; лица, занятые на предприятиях отрасли), юридические лица (предприятия, коммерческие банки, фермерские хозяйства, учебные заведения), физические единицы (машины, оборудование, жилые дома).

**Единица наблюдения** – составной элемент объекта, являющийся носителем признаков, подлежащих регистрации. Например, при переписях населения и бюджетных обследованиях единицами наблюдения могут быть человек, семья или домохозяйство, при сельскохозяйственных переписях – крупный рогатый скот, сельскохозяйственный инвентарь и т. д.

**Отчетная единица** – субъект, от которого поступают данные о единице наблюдения. Единица наблюдения и отчетная единица могут совпадать, например, при переписи населения.

**Программа наблюдения** – перечень признаков (или вопросов), подлежащих регистрации в процессе наблюдения. К программе статистического наблюдения предъявляются следующие требования: она должна содержать существенные признаки, непосредственно характеризующие изучаемое явление, его тип, основные черты и свойства.

Вопросы программы должны быть точными и недвусмысленными, иначе полученный ответ может содержать неверную информацию, а также легкими для понимания во избежание лишних трудностей при получении ответа. Кроме того, вопросы должны задаваться последовательно, в логическом порядке, для получения правильных и достоверных сведений. Вопросы в программе могут задаваться в различных формах. Они могут быть закрытые и открытые.

**Закрытый вопрос** – альтернативный, т. е. предполагающий выбор одного из двух ответов: «да» или «нет», - или же вопрос с выборочным ответом, где предлагаются три или более вариантов ответа на выбор.

На открытые вопросы респондент может ответить бесчисленным количеством способов, если вопрос поставлен без заданной структуры ответа.

**Статистический формуляр** – документ единого образца, содержащий программу и результаты наблюдения. Обязательными элементами статистического формуляра являются титульная и адресная части. Первая содержит наименования статистического наблюдения и органа, проводящего наблюдение, информацию о том, кто и когда утвердил этот формуляр, вторая – адрес отчетной единицы, ее подчиненность.

Формуляр может иметь различные названия: переписной лист, анкета, карточка, отчет и т. д. Наряду с формуляром разрабатывается инструкция по его заполнению и порядку проведения статистического наблюдения.

Формуляр и инструкция по его заполнению представляют собой инструментарий статистического наблюдения. Критический момент (дата), или момент счета, - это конкретный день года, час дня, по состоянию на который должна быть проведена регистрация признаков по 11 каждой единице исследуемой совокупности.

Например, момент счета населения в переписной кампании населения 2010 г. – 0 часов 14 октября 2010 г. Вопросы населению задавались относительно этого момента счета населения. Установление критического момента позволяет получить сопоставимые статистические данные.

**Срок (период) наблюдения** – это время, в течение которого заполняют статистические формуляры, т. е. время, необходимое для проведения массового сбора данных. Указанный срок определяется исходя из объема работы и численности персонала, занятого сбором информации. Период наблюдения не должен далеко отстоять от критического момента, так как это может привести к снижению достоверности получаемых данных. Например, Всероссийская перепись населения 2010 г. проводилась в течение недели – с 14 по 25 октября 2010 г.

## **11. Понятие вариации. Виды показателей вариации.**

Различие в индивидуальных значениях признака внутри изучаемой совокупности в статистике называется **вариацией признака**.

Она возникает в результате того, что его индивидуальные значения складываются под совокупным влиянием разнообразных факторов, которые по-разному сочетаются в каждом отдельном случае.

**Средняя величина** – это абстрактная, обобщающая характеристика признака изучаемой совокупности, но она не показывает строения совокупности, которое весьма существенно для ее познания.

Средняя величина не дает представления о том, как отдельные значения изучаемого признака группируются вокруг средней, сосредоточены они вблизи или значительно отклоняются от нее. В тех случаях, когда отдельные значения совокупности далеко отстоят от средней, средняя плохо представляет всю совокупность.

**Колеблемость** отдельных значений характеризуют показатели вариации. Для характеристики колеблемости признака используется ряд показателей. Наиболее простой из них – размах вариации.

**Размах вариации (R)** – это разность между наибольшим ( $x_{\max}$ ) и наименьшим ( $x_{\min}$ ) значениями вариантов:  $R = x_{\max} - x_{\min}$ .

Этот показатель улавливает только крайние отклонения и не отражает отклонений всех вариантов в ряду. Для того чтобы дать обобщающую характеристику распределению отклонений, исчисляют среднее линейное отклонение  $d$ , которое учитывает различие всех единиц изучаемой совокупности.

**Среднее линейное отклонение** определяется как средняя арифметическая отклонений индивидуальных значений от средней без учета знака этих отклонений:

Если данные наблюдения представлены в виде дискретного ряда распределения с частотами, среднее линейное отклонение исчисляется по формуле средней арифметической взвешенной.

**Дисперсия** - это средний квадрат отклонений отдельных значений признака от средней арифметической.

Дисперсия не имеет единиц измерения.

**Среднее квадратическое отклонение** - корень квадратный из дисперсии.

**Коэффициент осцилляции** - это отношение размаха вариации к средней арифметической.

**Относительное линейное отклонение** - отношение среднего линейного отклонения к средней арифметической.

**Коэффициент вариации** – отношение среднего квадратического отклонения к средней арифметической.

Равные значения средних квадратических отклонений, рассчитанных для разных совокупностей, не позволяют делать вывод об одинаковой степени вариации. Сам по себе коэффициент вариации, если его величина не превышает 33-35 %, позволяет сделать вывод об относительно невысокой колеблемости признака, о типичности, надежности средней величины, об однородности совокупности.